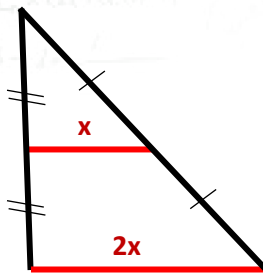


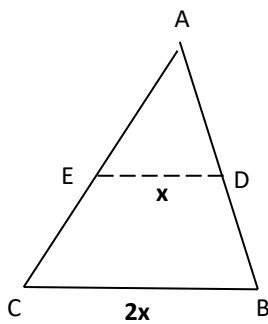
כיתה ט' - יחידה 22 - קטע אמצעים - גיאומטריה



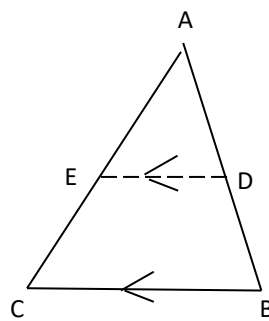
תכונות של קטע אמצעים במשולש

3. קטע אמצעים במשולש שווה למחצית אורכה של הצלע השלישית

$$2ED = CB$$

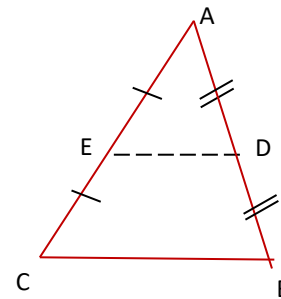


2. קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית $ED \parallel CB$



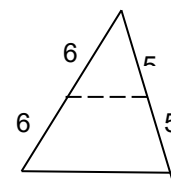
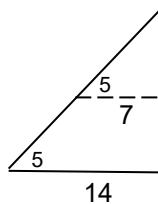
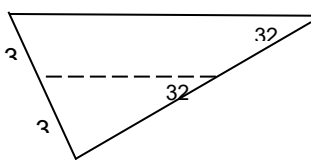
1. קטע אמצעים יוצא מאמצע צלע אחת במשולש ומגיע לאמצע אחרת.

$$EC = AE \text{ ו- } DB = AD$$



דוגמאות לקטע אמצעים

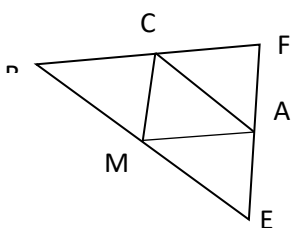
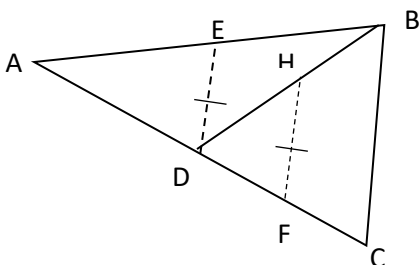
במשולשים הבאים הקו המקווקו הוא קטע אמצעים



מסקנות נוספות

נתון במשולש ABC, ש- BD תיכון לצלע AC נעביר קטע המחבר את הנקודה D עם הנקודה E הנמצאת באמצע הצלע AB ונעביר את הקטע FH המחבר את אמצעי הצלעות DC ו-DB. נוכל להסיק שאם שני הקטעים משמשים קטע אמצעים לאותו בסיס אז הם שווים באורכם ($HF = DE$).

אם נחבר את נקודות האמצע של צלעות המשולש נקבל משולש חדש שאורך צלעותיו הם מחצית מאורך צלעות המשולש ולכן גם היקפו הוא כמחצית מהיקפו של המשולש וזה נובע מתכונותיו של קטע אמצעים במשולש. כמו כן, ניתן גם לראות שכל זוויותיו שוות לזוויות המשולש.

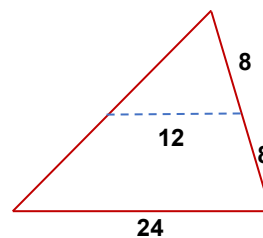
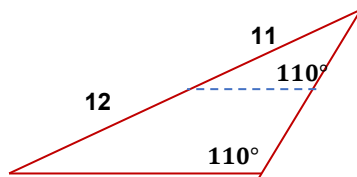
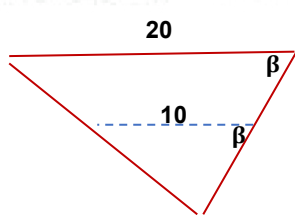


1

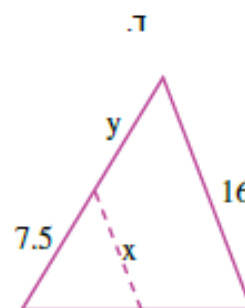
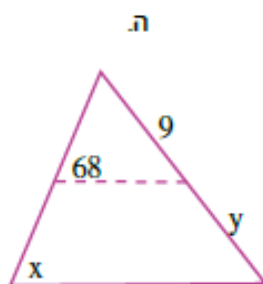
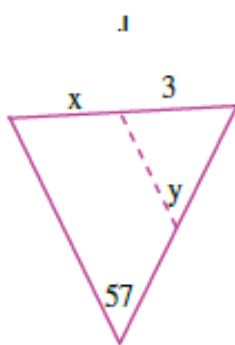
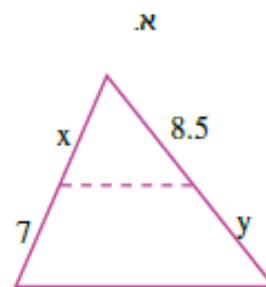
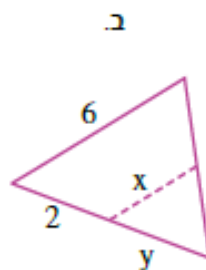
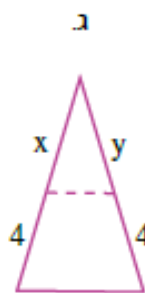
© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

קטע אמצעים - תרגול

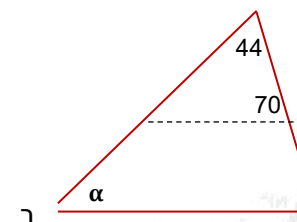
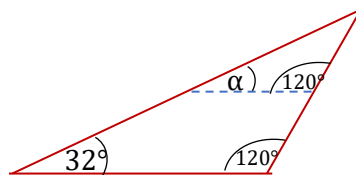
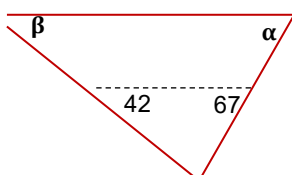
1. בכל סעיף הישר המקווקו הוא קטע אמצעים, קבעו האם כל הנתונים אפשריים



2. הקטע המקווקו בכל סרטוט הוא קטע אמצעים מצאו את ערכם של x ו-y

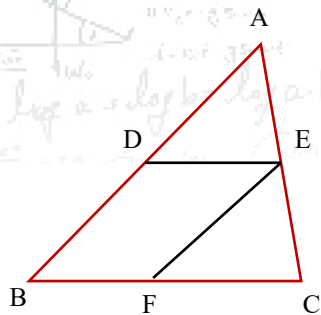


3. הישר המקווקו בכל סעיף הוא קטע אמצעים, מצאו את הזוויות החסרות



2

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן

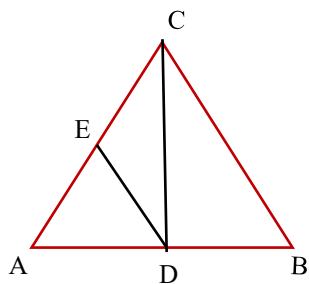


4. נתון משולש ABC שאורך צלעותיו הן:

$$AB = 14 \text{ ס"מ} \text{ ו- } BC = 11 \text{ ס"מ}$$

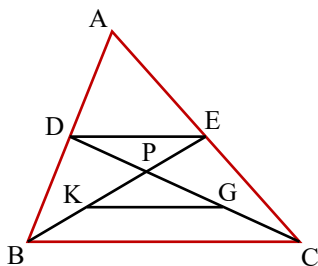
בנוסף ידוע ש-DE ו-FE הם קטעים אמצעים.

קבעו איזה מרובע הוא DEFB וחשבו את היקפו



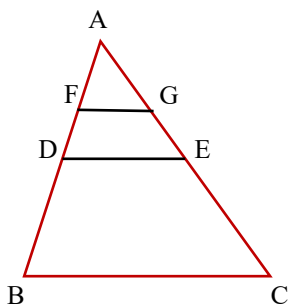
5. נתון קטע אמצעים במשולש שווה שוקיים ABC ($CA=CB$). הוכיחו ש- $CD \perp AB$.

הוכיחו ש- $CD \perp AB$.



6. P נקודת מפגש של התיכונים DC ו-BE במשולש ABC, נקודות G ו-K הן אמצעי הקטעים CP ו-BP בהתאמה.

הוכיחו שמרובע DEGK הוא מקבילית



7. נתון ש- FG הוא קטע אמצעים במשולש ADE.

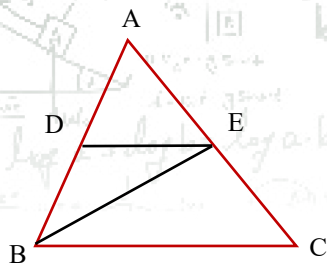
בנוסף נתון שהנקודות D ו-E הם אמצעי הצלעות משולש ABC.

א. פי כמה גדול אורך BC מאורך הקטע FG? נמקו.

הנקודות M ו-N נמצאות על הצלעות AB ו-AC בהתאמה כך ש-M היא

אמצע הקטע DB ו-N היא אמצע הקטע EC

ב. פי כמה גדול הקטע NM מהקטע DE?

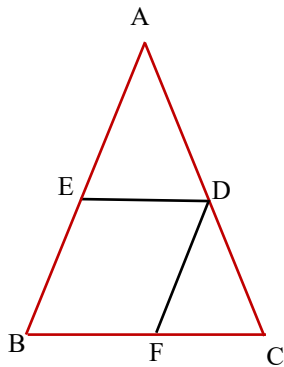


8. במשולש ABC, DE הוא קטע אמצעים.

נתון: $\angle EBC = 30^\circ$, $DE = 2$ ס"מ ו- $\angle BEC = 90^\circ$.

א. חשב את צלע EC.

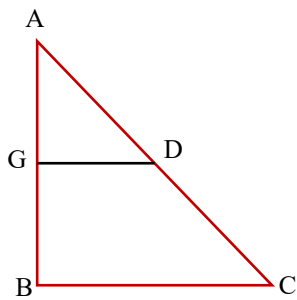
ב. הוכיחו שמשולש ABC הוא שווה שוקיים



9. משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$)

נתון: DE קטע אמצעים ומרובע DEBF הוא מעוין וש- $DE = 2$ ס"מ.

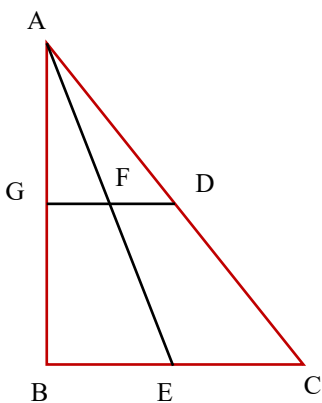
חשב את היקף המשולש ABC.



10. משולש ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle B = 90^\circ$.

GD הוא קטע אמצעים ואורכו 3 ס"מ, $AG = 4$ ס"מ.

חשב את שטח המשולש ABC.

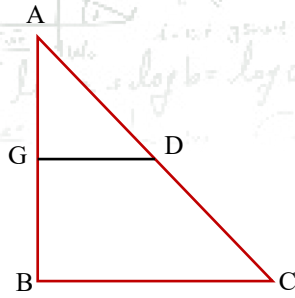


11. נתון במשולש ABC ש-GD הוא קטע אמצעים.

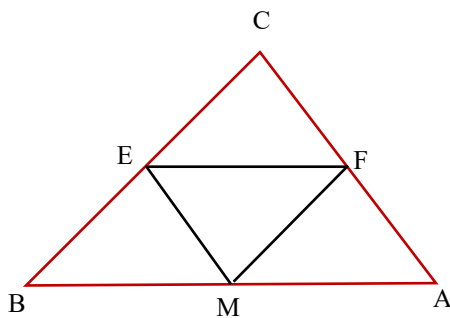
הקטע AE חוצה את הקטע GD בנקודה F.

א. הוכיחו ש- $FE = AF$

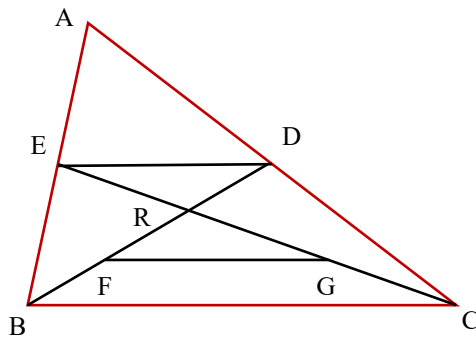
ב. הוכיחו ש-E היא אמצע BC



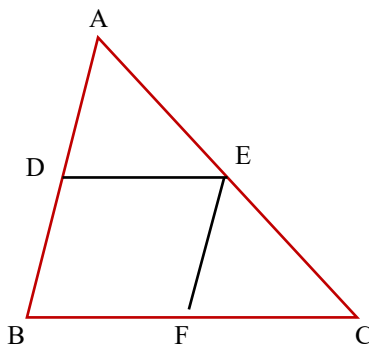
12. נתון במשולש ABC נקודות D ו-G נמצאות על צלעות AC ו-AB בהתאמה כש- $2GD = BC$ ו-GD מקביל ל-BC. הוכיחו: $DA = DC$. (ללא שימוש בתכונות של קטע אמצעים)



13. נקודות E, F, M הן אמצעי AB, AC ו-BC בהתאמה.
 א. הוכח $\angle C = \angle EMF$.
 ב. נתון $EM = 4$ ס"מ, $FM = 6$ ס"מ ו- $EF = 7$ ס"מ. חשב את היקף המשולש ABC.



14. נתון קטע אמצעים ED במשולש ABC, קטע אמצעים FG במשולש RBC. הוכיחו ש- $ER = RG$.

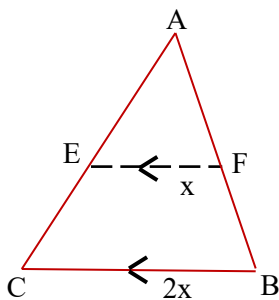


15. DE קטע אמצעים במשולש ABC. נתון $BF = DE$. הוכיחו שמרובע ADFE הוא מקבילית.

יחידה 2 - תנאים מספיקים על מנת לקבוע שקטע במשולש הוא קטע אמצעים

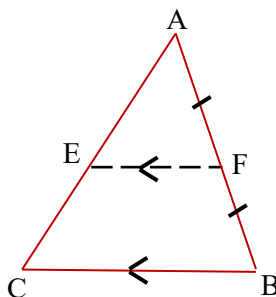
3. אם קטע חותך שתי צלעות במשולש ושווה למחצית הצלע השלישית ומקביל לה הוא קטע אמצעים

אם: $FE \parallel CB$ ו- $FE = \frac{1}{2}CB$
 אז: קטע אמצעים.



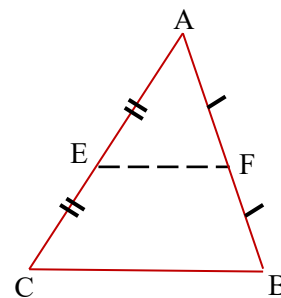
2. אם קטע חוצה צלע במשולש ומקביל לצלע שלישית אז הקטע הוא ק"א

אם: $EF \parallel CB$ ו- $AF = FB$
 אז: קטע אמצעים.



1. אם קטע חוצה שתי צלעות במשולש הוא קטע אמצעים

אם: $AE = EB$ ו- $AF = FB$
 אז: קטע אמצעים.



מסקנות נוספות :

כל קטע היוצא מזווית הראש של המשולש ומגיע לצלע שממול, **נחצה** ע"י קטע האמצעים

הוכחה

נתון: משולש ABC ו-קטע אמצעים EF (או $EA=EC$ ו- $AF=FB$ או $EF \parallel CB$).
 הישר AD חותך את EF בנקודה H

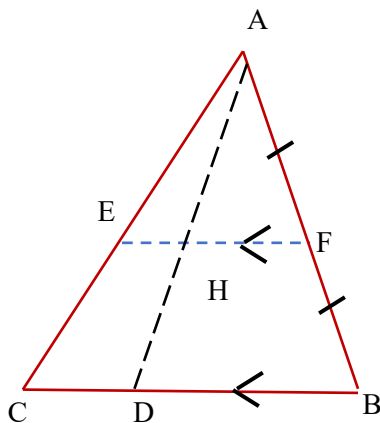
הוכח ש- $DH=AH$

ניתן לראות ש-FH משמש קטע אמצעים במשולש ADB מכיוון ש-

$AF = FB$ - נתון EF קטע אמצעים במשולש ABC

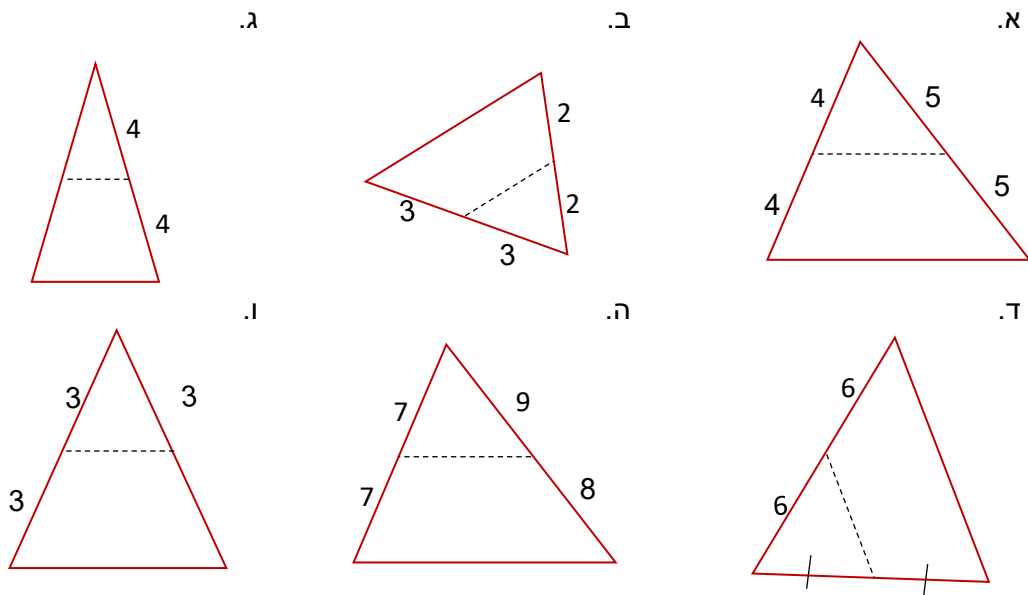
$FH \parallel DB$ - חלק מיישר המקביל לישר אחר

ולכן: $DH=AH$

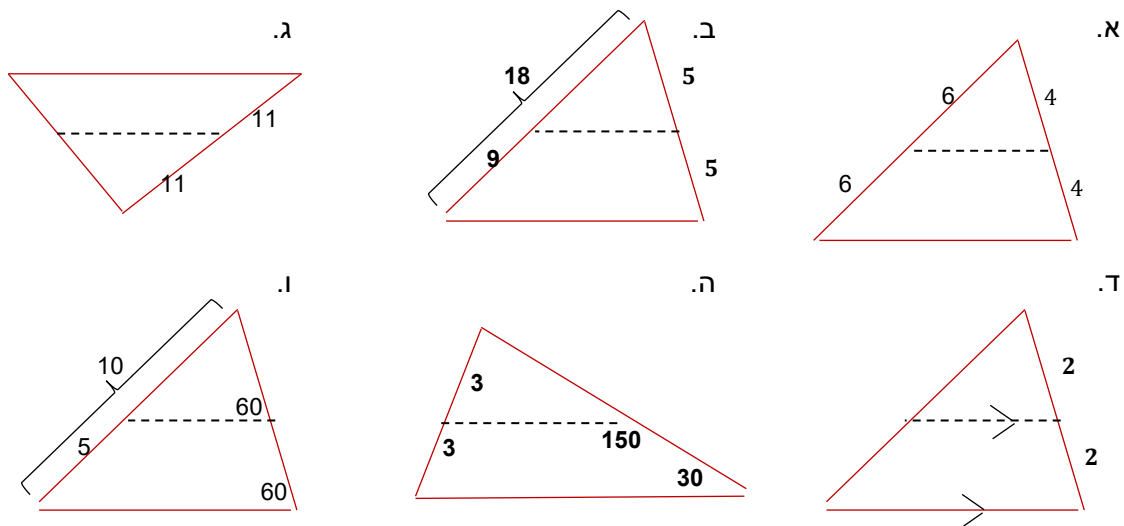


הוכחת קטע אמצעים - תרגול

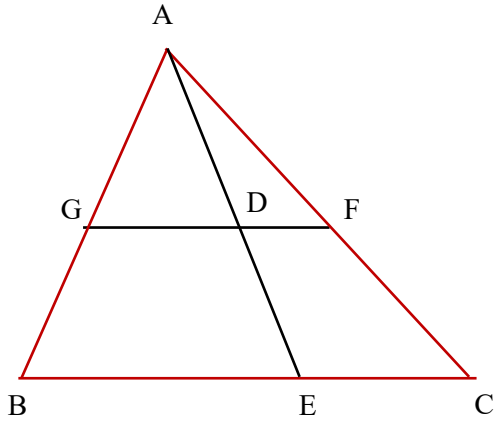
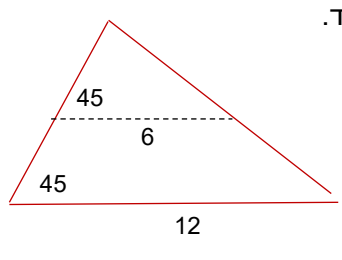
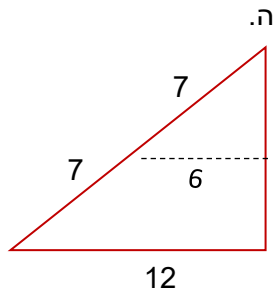
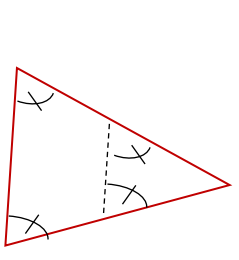
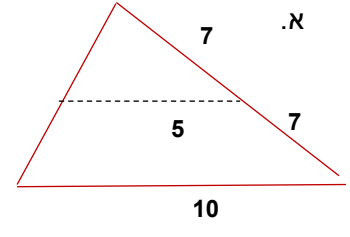
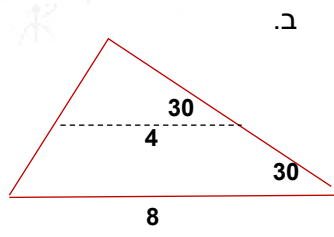
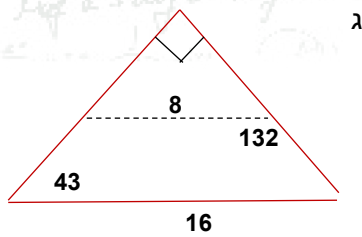
1. האם הקטע המקווקו במשולשים הבאים הוא קטע אמצעים



2. קבעו ע"פ הנתונים בכל סעיף, האם הקטע המקווקו הוא קטע אמצעים



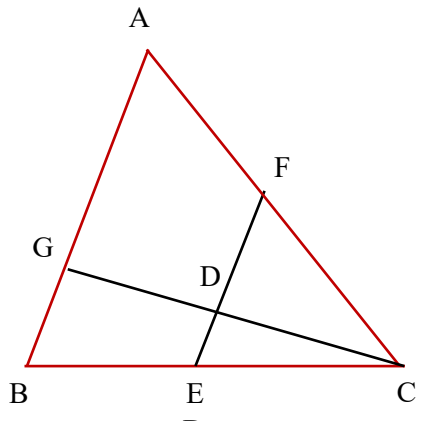
3. האם הקטע המקווקו במשולשים הבאים הוא קטע אמצעים



16. במשולש ABE הקטע GD הוא קטע אמצעים.
 המשיכו את GD ואת צלע BE עד לנקודת F ו-C בהתאמה.

א. הוכיחו ש-DF הוא קטע אמצעים על ידי המשפט:
קטע במשולש היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לאחרת הוא קטע אמצעים

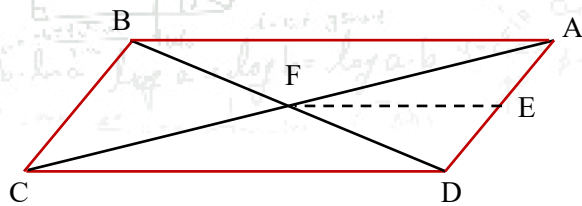
ב. הסבירו מדוע $AC=AF$



17. EF הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

דרך הנקודה C העבירו את הקטע CG החותך את EF בנקודה D.

- א. הוכיחו ש-FD הוא קטע אמצעים במשולש ACG
- ב. הוכיחו ש-ED הוא קטע אמצעים במשולש ACGCB
- ג. הסבירו מדוע $GD=DC$



18. נתונה מקבילית ABCD שנקודת מפגש האלכסונים

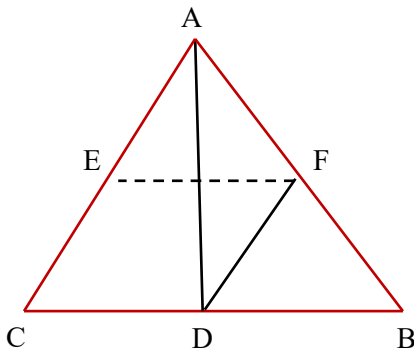
היא F

העבירו את הקטע FE כך ש- $FE \parallel CD$

א. הוכיחו ש-EF הוא קטע אמצעים במשולש

DAB

ב. הוכיחו ש-RE חוצה את צלע AD



19. במשולש שווה שוקיים ABC, AD הוא גובה.

הנקודה F היא אמצע AB וידוע ש- $AF=EC$

א. הוכיחו שמרובע EFDC מקבילית

ב. הוכיחו $CE=AE$

20. נתון טרפז ABCD

הנקודה E נמצאת על הבסיס CB.

העבירו קטע TF החותך את השוקים AB ו-CD

בנקודות F ו-T בהתאמה ואת הקטעים EA ו-DE

בנקודות G ו-H בהתאמה.

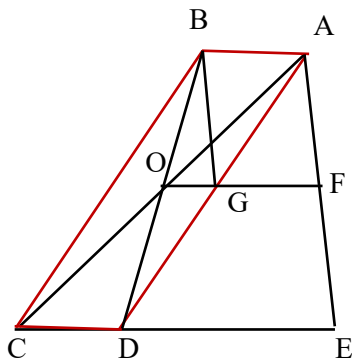
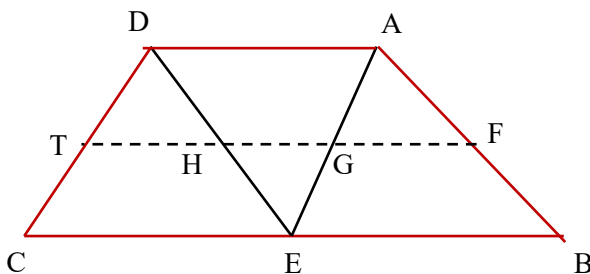
נתון בנוסף, $TF \parallel CB$ ו- $2FG=EB$.

א. הוכיחו ש- $GE=AG$

ב. הוכיחו ש- $GH = \frac{1}{2}AD$

נתון ש- E היא אמצע CB

ג. הוכיחו ש- $GF=TH$



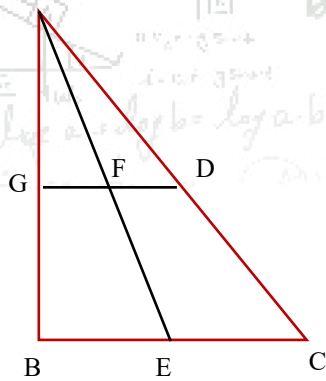
21. נתון ABCD מקבילית ו-ABGF מקבילית.

O מפגש אלכסונים במקבילית ABCD ו-G נמצאת על הצלע AD

א. הוכיחו ש-FO הוא קטע אמצעים

ב. הוכיחו ש- $GO = 2GF$

22. במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle B = 90^\circ$) הקטע GD הוא קטע אמצעים.

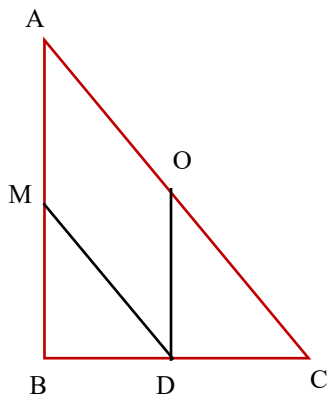


ג. הוכח $AF = FE$.

נתון: $AB = 8$ ס"מ, $AE = \sqrt{208}$ תיכון, $AC = \sqrt{208}$

ד. חשבו את אורך GF.

23. במשולש ישר זווית ABC הקטע MD הוא קטע אמצעים.

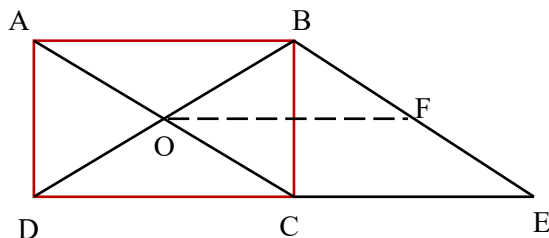


OD מאונך ל-BC

ג. הוכיחו כי AMDO מקבילית.

ד. נתון $MB = DC$, חשבו את זוויות המקבילית.

24. נתון מלבן ABCD



העבירו קטע היוצא מנקודה O לנקודה F כך ש-

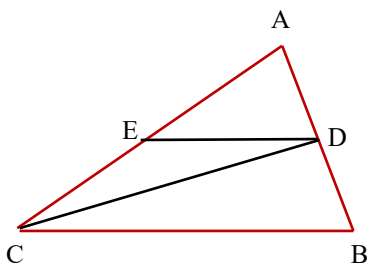
$$\sphericalangle AOD = 2\sphericalangle BOF$$

בנוסף העבירו קטע BE הפוגש את המשך הצלע

DC בנקודה E.

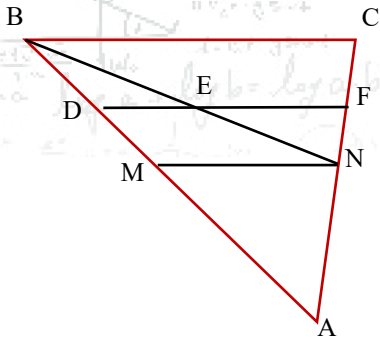
הוכח כי $BF = FE$.

25. נתון שהקטע ED הוא קטע אמצעים במשולש ABC שאורכו הוא

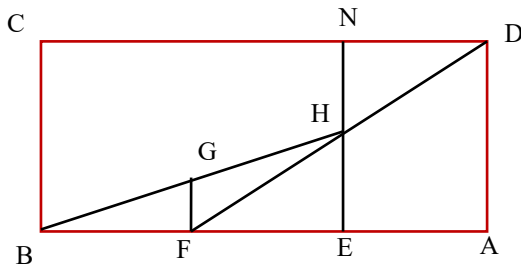


מחצית מאורכה של הצלע AC

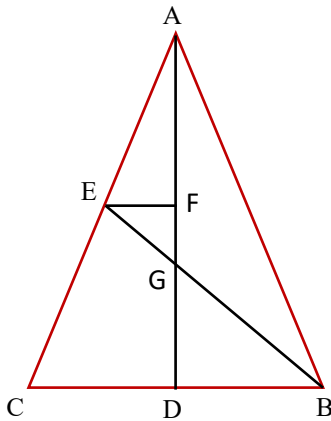
הוכיחו ש-DC חוצה את זווית C



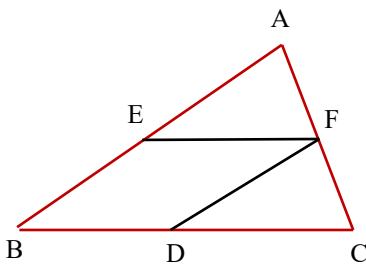
26. NM קטע אמצעים במשולש ABC, הנקודה E ו-F הן אמצעי הקטעים NC ו-NB בהתאמה. המשך הקטע EF חותך את הצלע AB בנקודה D.
 א. הוכיחו שהקטע DE מקביל ל-BC.
 ב. מה היחס בין הקטעים DE ו-BC.



27. נתון שמרובע ABCD הוא מלבן.
 בנוסף נתון ש:
 $FG \perp AB$, $DH = FH$
 $EN \perp DC$, $HG = GB$
 א. הוכיחו ש: $FB = EF = AE$
 ב. נתון ש: $FB = \frac{2}{3}AD$ וש- 3 ס"מ $EF =$ חשבו את היקף המלבן.
 ג. האם משולש BFH יכול להיות משולש שווה שוקים? נמק.



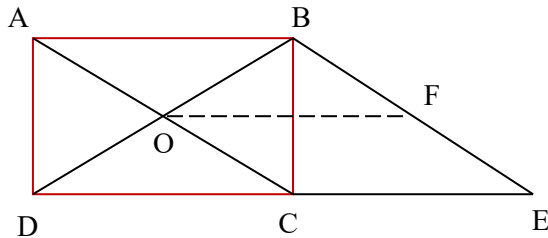
28. ** נתון שמשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$), גובה AD המשולש, כמו כן נתון שנקודה E היא אמצע הצלע AC ו-EF מקביל לבסיס. אורך AF הוא 9 ס"מ.
 א. חשבו את אורך הקטע GF (היעזרו בדמיון).
 נתון שאורך הקטע EF הוא 3 ס"מ.
 ב. חשבו את זוויות המשולש GDB.



29. נתון משולש ABC.
 נתון ש: $\angle B = \angle EFD$, ו EF הוא קטע אמצעים.
 א. הוכיחו שמרובע EFDB הוא מקבילית.
 ב. נתון ש: $AE = EF$ הוכיחו שמרובע EFDB מעוין.
 ג. מה צריך להיות גודל זווית $\angle BDF$ על מנת שמשולש ABC יהיה שווה צלעות?

יחידה 4 – דוגמאות לפתרון תרגיל מלא

דוגמה 1

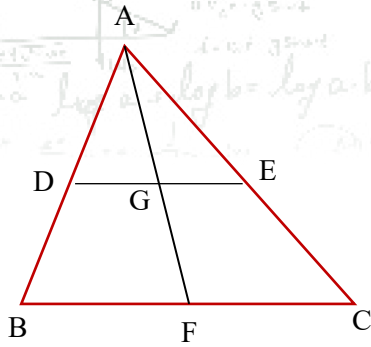


נתון מלבן ABCD העבירו קטע היוצא מנקודה
 O כך ש- $\angle AOD = 2\angle BOF$. העבירו קטע BE
 הפוגש את המשך הצלע DC בנקודה E.

הוכח כי $FE = BF$

נימוק	טענה	
נתון	מלבן ABCD	1
אלכסונים במלבן חוצים זה את זה	$DO=BO$	2
נתון	$\angle BOF = \frac{1}{2} \angle AOD$	3
אלכסונים במלבן שווים זה לזה וחוצים זה את זה	$CO=DO$	4
זוויות בסיס במשולש שווה שוקיים שוות	$\angle OCD = \angle ODC = \alpha$	5
זווית חיצונית למשולש שווה לשתי הזוויות הפנימיות	$\angle AOD = 2\alpha$	6
כלל המעבר	$\angle BOF = \frac{1}{2} \angle AOD = \alpha$	7
זוויות קודקודיות	$\angle BOC = \angle AOD = 2\alpha$	8
כלל המעבר	$\angle FOC = \angle OCD$	9
אם הזוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים	$OF \parallel DE$	10
קטע היוצא מאמצע צלע ומקביל לשלישית במשולש הוא קטע אמצעים	EF קטע אמצעים במשולש DBE	11
קטע אמצעים במשולש חוצה שתי צלעות במשולש	$FE=BF$	12

דוגמה 2.

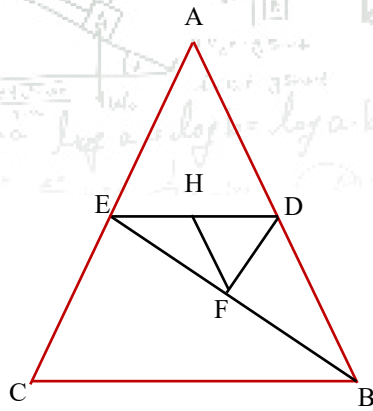


DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. AF הוא קטע היוצא מוקדקד A וחותך את הצלע BC בנקודה F. ואת DE בנקודה G

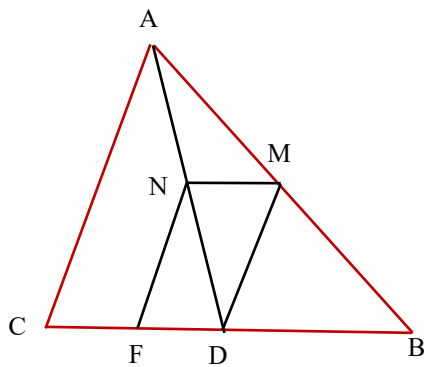
א. הוכיחו ש- $GF=AG$

ב. נתון: $GE=DG$ הוכיחו $BF=FC$

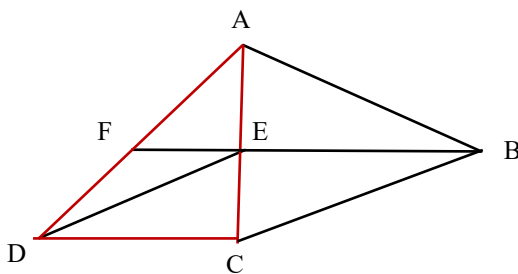
נימוק	טענה	
נתון	DE קטע אמצעים במשולש ABC	1
קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית	$DE \parallel BC$	2
קטעים מקבילית על ישרים מקבילים	$DG \parallel BF$	3
ק"א חוצה שתי צלעות במשולש	$BD=AD$	4
קטע היוצא מאמצע צלע ומקביל לשלישית במשולש הוא קטע אמצעים	DG קטע אמצעים במשולש ABF	5
קטע אמצעים במשולש חוצה שתי צלעות (מ.ש.ל. א')	$GF = AG$	6
אורך ק"א במשולש שווה למחצית אורך הצלע השלישית	$FC = 2GE$ $BF = 2DG$	7
נתון	$GE = DG$	8
כלל המעבר (מ.ש.ל. ב')	$FC = BF$	9



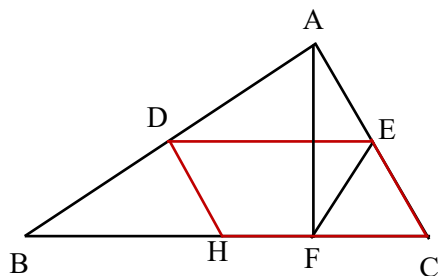
30. נתון ש- E, D, F, H, אמצעי הצלעות AC, AB, EB ו-ED בהתאמה.
 בנוסף נתון: $HF = FD$.
 א. הוכיחו שמשולש ABC הוא שווה שוקיים.
 ב. פי כמה גדול היקף המשולש ABC מהיקף המשולש HDF.



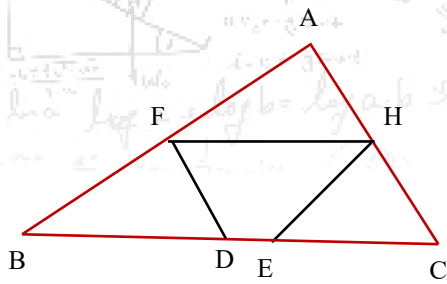
31. נתון DM קטע אמצעים במשולש ABC, NF קטע אמצעים במשולש ADC.
 א. הוכיחו $FD = NM$.
 ב. הוכיחו: $4MN = CB$.



32. מרובע DCBE הוא מקבילית, מנקודה C העלו אנך העובר בנקודה E ומגיע עד הנקודה A.
 דרך הנקודה E העבירו ישר FB כך ש- $\angle ABE = \angle EDC$
 הנקודה F נמצאת על AD
 הוכח ש- $EB = 2EF$

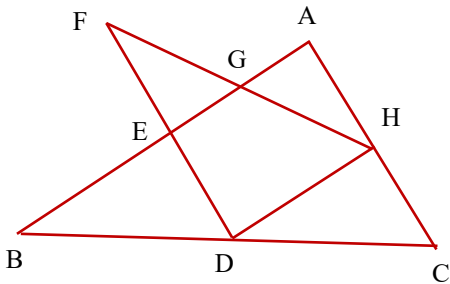


33. מרובע DECH הוא מקבילית, AF הוא אנך ל-BC החותך את DE בנקודה G נתון: $\angle HDE = \angle DEF$.
 הוכיחו ש- $AD = DB$.



34. FH קטע אמצעים במשולש ABC, FD מקביל ל-AC ו-HE מקביל ל-AB.

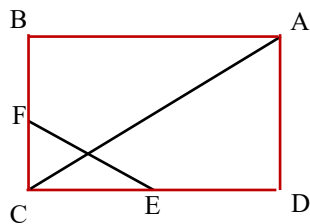
הוכיחו $\angle EHC = \angle BFD$.



35. נתונים שני משולשים ישרי זווית ABC ו-DFH, D, H, E, G ו- E, H, D, DFH ו-ABC. הן נקודות האמצע של הצלעות BC, AC, FD ו-FH בהתאמה.

נתון ש- $\sqrt{27}$ ס"מ ו- $FE = DH$

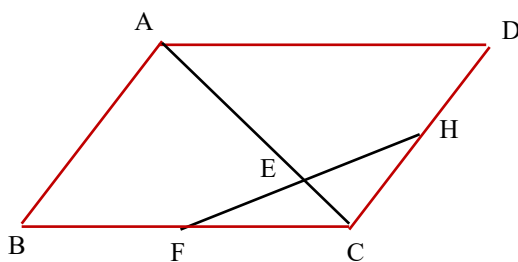
חשבו את אורך AG.



36. נתון במלבן ABCD שהנקודות E ו-F נמצאות על אמצעי הצלעות CD ו-BC בהתאמה.

א. הוכיחו ש- $2EF = AC$

ב. הוכיחו ש-AC חוצה את הקטע FE



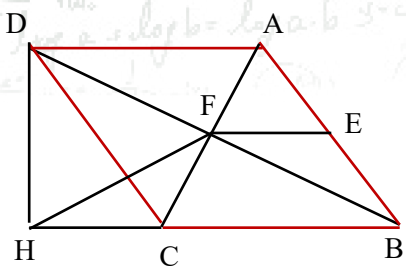
37. נתונה מקבילית ABCD.

הנקודות F ו-H נמצאות על אמצעי הצלעות BC ו-DC בהתאמה.

א. הוכיחו שאלכסון AC חוצה את FH

אלכסון AC חותך את FH בנקודה E ונקודת מפגש האלכסונים היא P.

ב. מצאו את היחס EP:AC



38. נתון מעוין ABCD.

המשך הצלע BC נחתך עם הקטע DH בנקודה H כך ש-

$$DH \perp HB$$

א. הוכיחו HFB הוא שווה שוקיים

הנקודה E נמצאת על אמצע AB.

היקף המעוין הוא 40 ס"מ

ב. חשבו את אורך הקטע FE

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמחות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדן

כיתה ט' - יחידה 14 - קטע אמצעים - גיאומטריה- פתרונות

1. 25 ס"מ
2. 63, 62, 55
3. הוכחה
4. 4
5. 2 ס"מ
6. 12 ס"מ
7. 24 סמ"ר
8. הוכחה
9. הוכחה
10. א. הוכחה, ב. 34 ס"מ
11. הוכחה
12. הוכחה
13. א. הוכחה, ב. 3 ס"מ
14. א. הוכחה, ב. 45, 135, 45, 135
15. הוכחה
16. הוכחה
17. א. הוכחה, ב. $\frac{1}{4}$
18. א. הוכחה, ב. היקף: 27 ס"מ, שטח: 40.5 סמ"ר, ג. לא
19. א. 3 ס"מ, ב. 45, 45, 90
20. א. הוכחה, ב. הוכחה, ג. 120
21. א. הוכחה, ב. פי 4
22. א. הוכחה, ב. הוכחה
23. הוכחה
24. הוכחה
25. הוכחה
26. 3 ס"מ
27. הוכחה
28. הוכחה
29. AN = 6 ס"מ, NB = 10 ס"מ
30. FC = 5 ס"מ, AB = 4 ס"מ, DF = 10 ס"מ
31. א. 9.5 ס"מ, ב. מקבילית, ג. 31 ס"מ
32. א. 8.4 ס"מ, ב. 8.8 ס"מ
33. א. מקבילית, ב. 18 ס"מ, ג. HC = 4 ס"מ, היקף: 25 ס"מ

שעורים וקורסי לימוד במתמטיקה ופיזיקה לתלמידי חטיבה תיכון, והכנה לבגרות - התמונות ב-5 יח"ל
"תמציתה של המתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - סר גאדר

