

3 יח"ל - 182 - יחידה 4 - מערכת משוואות עם שני מעלמים

נתבונן בשוויון הבא, שבו יש שני נעלמים, x ו-y

$$x + y = 10$$

ניתן לראות שלשוויון יש אינסוף פתרונות:

$$x = -3 \quad y = -13, \quad x = 4 \quad y = 6, \quad x = 1 \quad y = 9$$

אך כאשר נוסף שוויון נוסף לדוגמא:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

לכל שוויון בנפרד יש אינסוף פתרונות אך אם נחפש פתרון שמתאים לשני השוויונות יש רק פתרון אחד שמקיים את שני המשוואות:

$$x = 7, \quad y = 3$$

המסקנה, שלמערכת של שתי משוואות ממעלה ראשונה יש פתרון יחיד. אך מסקנה זו אינה נכונה במדויק מכיוון שיש מערכות עם שתי משוואות שאין להן כלל פתרון או מערכות עם אין סוף פתרונות לדוגמא:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x - 2y = 3 \end{cases}$$

למערכת זו אין אף פתרון שיכול לקיים את שתי המשוואות מכיוון שאם נחלק את שני צידי המשוואה השנייה ב-2 נקבל

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x - y = 1.5 \end{cases}$$

לא נוכל לקבל x ו-y שאם נחסיר את y מ-x נקבל פעם אחת 5 ופעם אחרת 1.5 ולכן למערכת זו אין פתרון.

דוגמא נוספת:

$$\begin{cases} 3x + y = -9 \\ x + \frac{1}{3}y = -3 \end{cases}$$

בדוגמא זאת ניתן לראות שאם נכפיל את שני צידי המשוואה השנייה ב-3 נקבל:

$$\begin{cases} 3x + y = -9 \\ 3x + y = -9 \end{cases}$$

נקבל ששתי המשוואות זאת ולכן למערכת זו יש אינסוף פתרונות.

לפתרון מערכת משוואות בשני נעלמים יש שתי שיטות פתרון:

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות 5 יח"ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

שיטת ההצבה - נבדד את אחד המשתנים במשוואה אחת ונציב את הביטוי במשוואה השנייה.

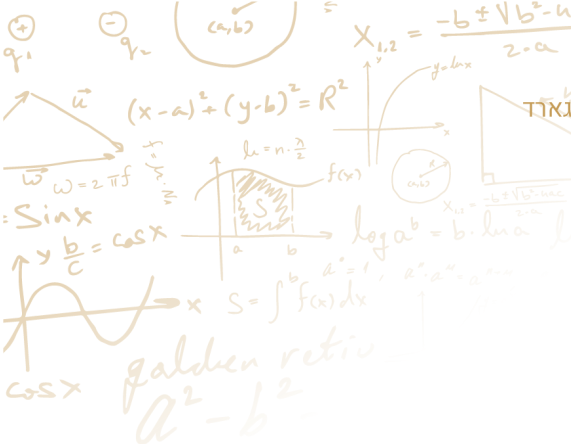
שיטת השוואת מקדמים - נסדר את שתי המשוואות כך ששני המשתנים נמצאים באגף אחד של המשוואה והמספר החופשי בצד שני של המשוואה:

דוגמא מס' 1:

$$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

שיטת השוואת מקדמים	שיטת ההצבה
	$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ x + y = 6 \end{cases}$
	נבדד את x במשוואה הראשונה:
$\begin{cases} x - 2y = 9 \\ x + y = 6 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 2y + 9 \\ x + y = 6 \end{cases}$
בתרגיל זה ניתן לראות שאם נחסיר מהמשוואה הראשונה את המשוואה השנייה נקבל:	נעת נציב את הביטוי שקיבלנו במשוואה השנייה
$x - x - 2y - y = 9 - 6$	$(2y + 9) + y = 6$
נעת נחבר איברים דומים ונקבל:	$2y + 9 + y = 6$
$- 3y = - 3$	$3y + 9 = 6$
$y = -1$	$3y = - 3$
לאחר שמצאנו את שיעור ה-y נציב באחת המשוואות ונקבל את שיעור ה-x	$y = -1$
$x = (- 1) = 6$	לאחר שמצאנו את שיעור ה-y נציב באחת המשוואות ונקבל את שיעור ה-x
נעביר אגפים ונקבל	$x = 2 \cdot (- 1) + 9 = 7$
$x = 7$	נעביר אגפים ונקבל
לכן התשובה הסופית היא (1,7)	$x = 7$
	לכן התשובה הסופית היא (1,7)

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" ל"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד



1. פתרו את מערכות המשוואות הבאות בעזרת השוואת מקדמים

1. $7x + y = 3$ 2. $x - y = 5$ 3. $2y = 5x - 2y = 19$
4. $2 - x + y = 4$ 5. $-14\frac{1}{2}x + 4y = 1$ 6. $4y = 8x - 4y = 8$
7. $0x + \frac{1}{3}y = -3$ 8. $1914x + y = -13$ 9. $40x + 16y = 32$

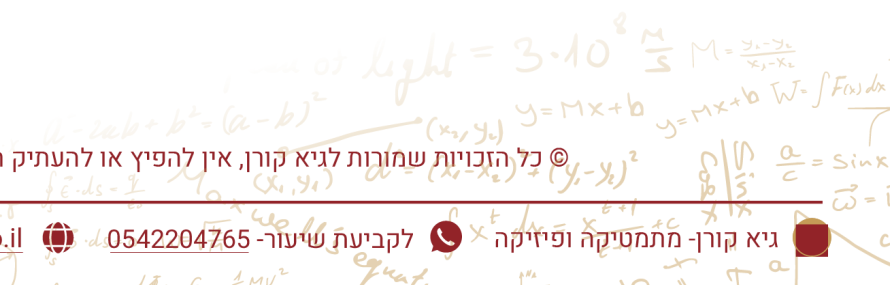
2. פתרו את מערכות המשוואות הבאות בעזרת שיטת ההצבה:

1. $7x + y = -8$ 2. $x + y = 13$ 3. $5 - x - x + y = 9$
4. $-x + 2y = 4$ 5. $y + 2x + y = 7$ 6. $2y3x - y = -6$
7. $3x - 2y = -3$ 8. $4x + y = -9$ 9. $\frac{1}{2}x + 16y = -27$

3. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

3

© כל הזכויות שמורות לגיא קורן, אין להפיץ או להעתיק תרגילים או חלק מהם ללא אישור מגיא קורן



לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5 ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאורד

1. $x + 2x + y = 13$ 2. $3 = 82y - 3x = 4$ 3. $6x - 2x + y = -9$

4. $5 - 3x - 5y = 4$ 5. $2 - 4x + y = 5$ 6. $12y - 3x - 12y = -6$

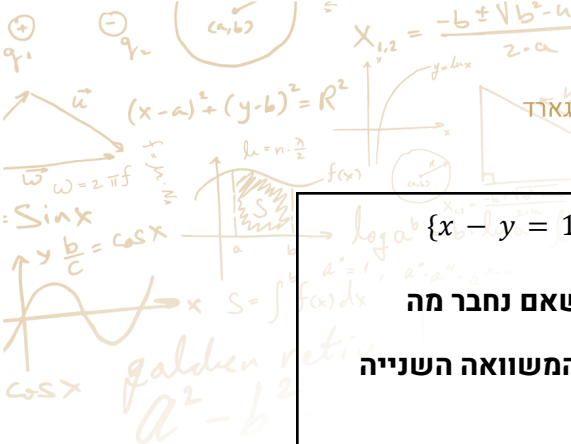
7. $12 - x + 2y = 9$ 8. $124x + 2y = 9$ 9. $x = 93x - y = -8$

דוגמא מס' 2:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

שיטת השוואת מקדמים

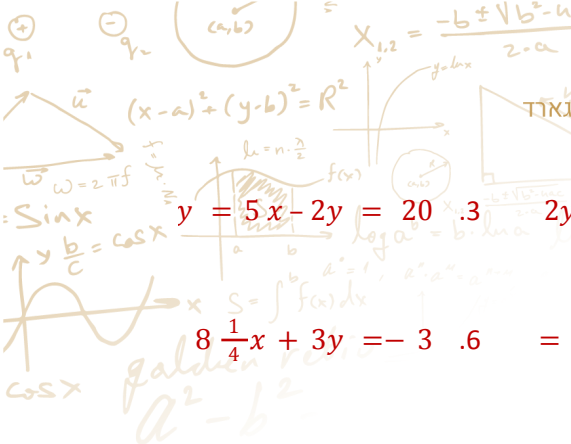
שיטת ההצבה



$x - y = 12x + y = 5$	$x - y = 12x + y = 5$
בתרגיל זה ניתן לראות שאם נחבר מה	נבודד את x במשוואה הראשונה:
משוואה הראשונה את המשוואה השנייה	$\{x = y + 1 \quad x + y = 5$
נקבל:	נכת נציב את הביטוי שקיבלנו במשוואה
$x + 2x - y + y = 1 + 5$	השנייה
נכת נחבר איברים דומים ונקבל:	$2(y + 1) + y = 5$
$3x = 6$	$2y + 2 + y = 5$
$x = 2$	$3y = 3$
לאחר שמצאנו את שיעור ה-x נציב באחת	$y = 1$
המשוואות ונקבל את שיעור ה-x	$y = 1$
$2 - y = 1$	לאחר שמצאנו את שיעור ה-y נציב באחת
נעביר אגפים ונקבל	המשוואות ונקבל את שיעור ה-x
$y = 1$	$x = 1 + 1 = 2$
	נעביר אגפים ונקבל
	$x = 2$
לכן התשובה הסופית היא (2,1)	לכן התשובה הסופית היא (2,1)

4. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 7
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג



1. $52x + y = 16$
2. $2y = 8x + y = -11$
3. $y = 5x - 2y = 20$
4. $7 - x + 3y = 4$
5. $-52x + y = 4$
6. $8\frac{1}{4}x + 3y = -3$
7. $x + 7y = -5.5$
8. $83x + 3y = 15$
9. $40x + 5y = 15$

5. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

1. $52x + y = 16$
2. $2y = 8x + y = -11$
3. $y = 5x - 2y = 20$
4. $7 - x + 3y = 4$
5. $-52x + y = 4$
6. $8\frac{1}{4}x + 3y = -3$
7. $x + 7y = -5.5$
8. $83x + 3y = 15$
9. $40x + 5y = 15$

6. פתרו את מערכות המשוואות הבאות (אם ניתן):

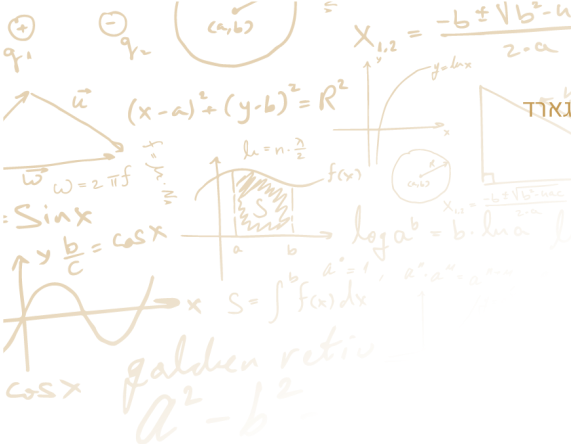
1. $-6x + 4y = 16$
2. $2y = 8x + y = -11$
3. $y = 5x - 2y = 20$
4. $5 - x + 3y = 4$
5. $-5\frac{1}{8}a + b = 4$
6. $3\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = 8$
7. $-4y + x = 5$
8. $83x + 3y = 15$
9. $-0.4a + \frac{1}{2}b = 20$



דוגמא מס' 3:

$$\begin{cases} 2x = y + 4 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

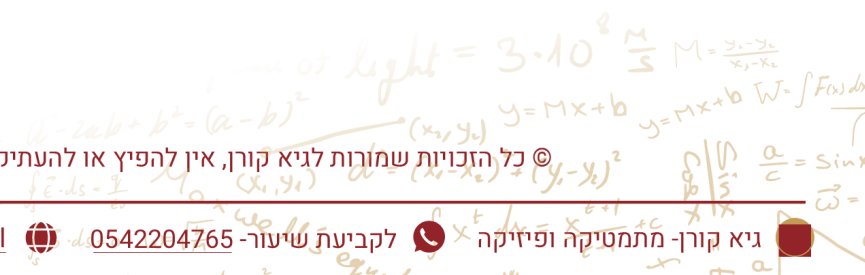
שיטת השוואת מקדמים	שיטת ההצבה
$\begin{cases} 2x = y + 4 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ <p>תחילה נסדר את המשוואה:</p> $2x - y = 4$ <p>נכת נכפול את המשוואה הראשונה ב-2</p> <p>מכיוון שאנו רוצים לקבל שהקדם של ה-y</p> <p>בשתי המשוואות יהיה זהה</p> $\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ <p>נכת נחבר את המשוואות ונקבל:</p> $4x + 3x - 2y + 2y = 8 + 6$ <p>נכת נחבר איברים דומים:</p> $7x = 14 \rightarrow x = 2$ <p>לאחר שמצאנו את שיעור ה-x נציב באחת המשוואות ונקבל את שיעור ה-y</p> $2 \cdot 2 = y + 4$ <p>נעביר אגפים ונקבל</p> $y = 0$ <p>לכן התשובה הסופית היא (2,0)</p>	$\begin{cases} 2x = y + 4 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ <p>נבודד תחילה את y במשוואה הראשונה:</p> $2x - 4 = y$ <p>נכת נציב את הביטוי ל-y שקיבלנו)</p> <p>במשוואה השנייה</p> $3x + 2(2x - 4) = 6$ $3x + 4x - 8 = 6$ $7x = 14$ $x = 2$ <p>לאחר שמצאנו את שיעור ה-x נציב באחת המשוואות ונקבל את שיעור ה-y</p> <p>נציב במשוואה הראשונה $y = 2x - 4$</p> $2 \cdot 2 - 4 = y$ $y = 0$ <p>לכן התשובה הסופית היא (2,0)</p>

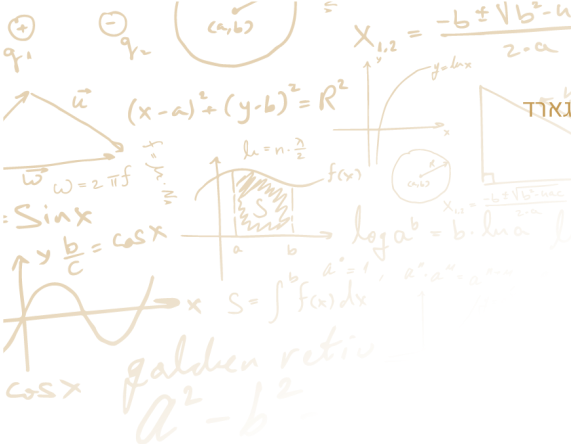


דוגמה 4

$$\{0 = x + y + 4 - 3x - 5y = 1$$

שיטת השוואת מקדמים	שיטת ההצבה
$\{0 = -2x + y + 4 - 3x - 5y = 1$	$\{0 = -2x + y + 4 - 3x - 5y = 1$
תחילה נסדר את המשוואה:	נבודד תחילה את y במשוואה הראשונה:
$\{2x - y = 4 \quad 3x + 2y = 6$	$\{2x - 4 = y \quad 3x + 2y = 6$
נעת נכפול את המשוואה הראשונה ב-2)	נעת נציב את הביטוי ל-y שקיבלנו
מכיוון שאנו רוצים לקבל שהקדם של ה-y	במשוואה השנייה
בשתי המשוואות יהיה זהה	$3x + 2(2x - 4) = 6$
$\{4x - 2y = 8 \quad 3x + 2y = 6$	$3x + 4x - 8 = 6$
נעת נחבר את המשוואות ונקבל:	$7x = 14$
$4x + 3x - 2y + 2y = 8 + 6$	$x = 2$
נעת נחבר איברים דומים:	
$7x = 14 \rightarrow x = 2$	לאחר שמצאנו את שיעור ה-x נציב באחת
לאחר שמצאנו את שיעור ה-x נציב באחת	המשוואות ונקבל את שיעור ה-y
המשוואות ונקבל את שיעור ה-y	נציב במשוואה הראשונה $2x - 4 = y$
$2 \cdot 2 = y + 4$	$2 \cdot 2 - 4 = y$
נעביר אגפים ונקבל $y=0$	$y=0$
לכן התשובה הסופית היא (2,0)	לכן התשובה הסופית היא (2,0)



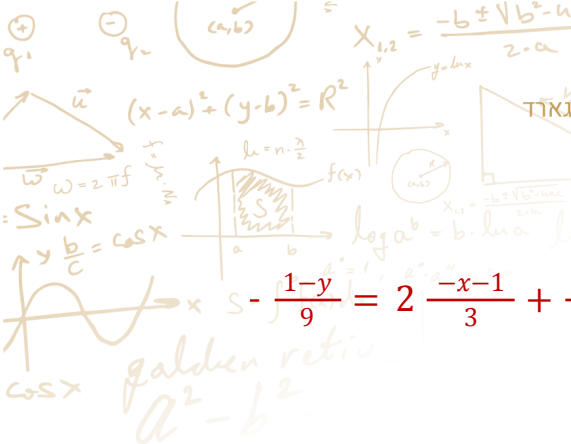


7. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

1. $-4y = 7x + 5y = 2$ 2. $-x = 7x + y = 1$ 3. $2y = 5x - 2y = 11$
4. $163x - 5y = 34$ 5. $9 - 3x + 4y = 1$ 6. $y - 24y = -4x + 20$
7. $x = 0 \quad 24x = 12 - y$ 8. $+3xy = -30 + 4x$ 9. $6 + 3y \quad 2y - 4 = 15x$

8. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

1. $5x + 12y \quad 55x = 79 + 43y$ 2. $\left\{ \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = 3 \quad -\frac{y}{3} + \frac{x}{2} = 6 \right.$
3. $\frac{2x+y}{3} = \frac{y-1}{4} \quad 2y - 5x = 15$ 4. $\frac{1}{x} + \frac{y}{5} = 2 \quad -\frac{2x}{6} + \frac{7y-5}{3} = \frac{1}{3}$
5. $\left\{ \frac{x}{2} = \frac{x-y}{3} \quad 2x - y = 7 \right.$ 6. $\frac{1}{x} - \frac{y}{5} = \frac{12}{70} \quad \frac{2x+1}{4} + \frac{2y-5}{6} = 5$



$$-\frac{y}{5} = \frac{36}{35} \frac{x+1}{2} + \frac{y-5}{6} = 2 \quad .7$$

$$-\frac{1-y}{9} = 2 \frac{-x-1}{3} + \frac{2y-5x}{7} = 7 \quad .8$$

$$\frac{1-y}{4} - 2 \frac{-x-1}{3} + x + 4y = 7 \quad .10 \quad \frac{-y}{2} \frac{-2x-1}{6} + \frac{y-x}{2} = 7 \quad .9$$

דוגמא מס' 5

מערכת משוואות לינאריות לא מסודרות

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{3x+y}{7} + \frac{y}{4} &= 2x \frac{-y+6x}{2} + x - 20 = 0 \end{aligned} \right.$$

תחילה נעשה מכנה משותף בכל אחת מהמשוואות על מנת לקבל משוואות פשוטות יותר

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{4 \cdot (3x+y)}{28} + \frac{7 \cdot y}{28} &= \frac{28 \cdot 2x}{28} \frac{-2x-y}{2} + \frac{2 \cdot 2x}{2} - \frac{2 \cdot 20}{2} = 0 \end{aligned} \right.$$

נפתח סוגרים ונוכל לרשום את המשוואות ללא המכנה מכיון שיש מכנה משותף:

$$\{12x + 4y + 7y = 56x - y + 6x + 2x - 40 = 0$$

נעביר לאגף שמאל את המשתנים ולאגף ימין את האיברים החופשיים:

$$\{-44x + 11y = 0 \quad 8x - y = 40$$

נשתמש בשיטת השוואת מקדמים, נחלק את המשוואה הראשונה ב-11:

$$\{-4x + y = 0 \quad 8x - y = 40$$

נחבר את המשוואות:

$$-4x + 8x + y + (-y) = 0 + 40$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" ל"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - גאורג

לאחר שמצאנו את שיעור ה-x נציב באחת המשוואות ונקבל את שיעור ה-y. נציב במשוואה הראשונה במערכת האחרונה שקיבלנו לפני שחיברנו את המשוואות:

$$-4 \cdot 10 + y = 0$$

$$-40 + y = 0$$

נעביר אגפים ונקבל

$$y = 40$$

לכן התשובה הסופית היא (10,40)

9. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$1. \quad -\frac{-1-y}{12} = 1 \quad \frac{-3x-5y}{5} - \frac{x-2y}{3} = \frac{3y-6}{10}$$

$$2. \quad \frac{y+7}{3} = \frac{121}{24} \quad \frac{-4y+2}{7} - \frac{5x-11}{6} = \frac{13}{14}$$

$$3. \quad \frac{-1}{2} - y - \frac{2x-y-12}{5} - 7x = \frac{1+y}{9} - 20$$

$$4. \quad \frac{1}{2} - \frac{3x}{7} + y = -2 - \frac{27x}{14}$$

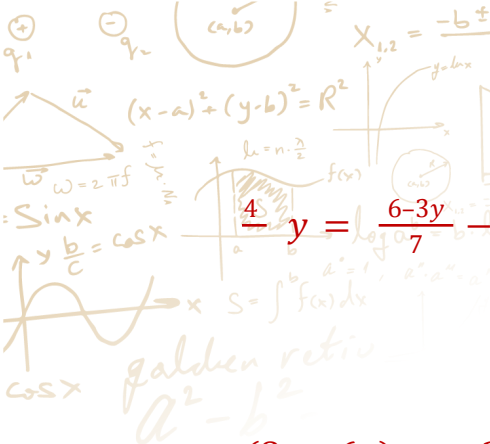
$$5. \quad \frac{1}{2} = \frac{-y-6}{8} + \frac{29}{5} \quad \frac{2x-1}{9} - \frac{1+y}{12} = -\frac{1}{36}$$

$$6. \quad -\frac{y}{4} = 2 \quad \frac{x+y}{5} - \frac{2x-y}{4} = 1 - \frac{x}{6}$$

$$7. \quad \frac{-1}{2} = \frac{-(1+y)}{12} - \frac{3x+5y}{5} - \frac{x-2y}{3} = \frac{3y-6}{10}$$

$$8. \quad -\frac{28x}{4} = \frac{y-179}{9}$$

לימוד מתמטיקה ופיזיקה לחטיבה, תיכון והכנה לבגרות - התמחות ב"ח 5" ל
"תמציתה של מתמטיקה היא לא לסבך דברים פשוטים, כי אם לפשט דברים מסובכים" - ס. גאון



$$9. \quad \frac{1}{2} + \frac{2y}{3} = 5 \frac{10-3y}{24} + \frac{x-y}{96} = 2$$

$$10. \quad \frac{4}{7}y = \frac{6-3y}{7} - 5(x-1) \quad 11. \quad = 3\frac{1}{2} \frac{5}{8}(6-8x) + 7y = 10$$

$$12. \quad x + 3y = 4x \quad 2y = 8\left(\frac{9}{10}x + 6\right) \quad 11. \quad \left\{ \frac{3x-2y}{9} + \frac{x}{7} = 10 \frac{3-2y}{14} - \frac{4x}{3} = 1 \right.$$

כיתה ח - מערכת משוואות - אתגר - תרגול

10. האם (2,5) הוא פתרון של מערכת המשוואות הבאה: $2x + 3y = 9$ - $3x + y = 2$

11. נתונה המשוואה הבאה: $x + y = 10$

הוסיפו משוואה נוספת כך שהפתרון של מערכת המשוואות יהיה (4,6)

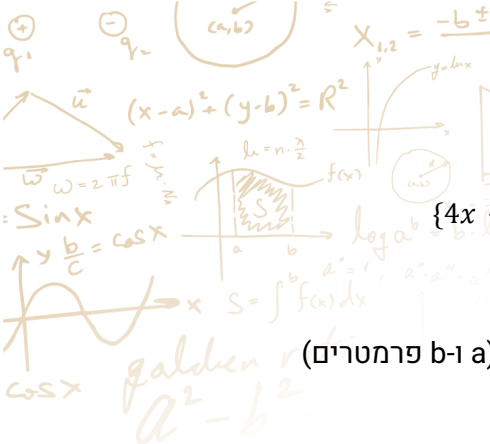
12. נתונה המשוואה הבאה: $2x + y = 8$

הוסיפו משוואה נוספת כך שהפתרון של מערכת המשוואות יהיה (2,4)

13. סכום שני מספרים הוא 12 והפרש בניהם הוא 10

1. רשמו מערת משוואות המתאימה לבעיה

2. מצאו את 2 המספרים



14. האם יש פתרון למערכת המשוואות הבאה: $4x + 9y = 21$ $8x + 18y = 42$

15. נתון ש-(2,2) הוא הפתרון של המערכת $ax + 3y = 10$ $2x - by = 2$ (פרמטרים a ו-b)

מצאו את הפרמטרים a ו-b.

16. האם יש פתרון למערכת המשוואות הבאה: $-7y + 4x = 24$ $-12x + 21y = 60$

כיתה ח - מערכת משוואות :

1. א. (2,5) , ב. (2,-3) , ג. (7/2, 12) , ד. (4,8) , ה. (22,3) , ו. (2,-0) , ז. (6,-1) , ח. (-9/14, -4)

ט. (7/8, 18)

2. א. (3,10) , ב. (15,7) , ג. (2,7) , ד. (12,8) , ה. (9/2, 5/2) , ו. (6,-4) , ז. (3,0) , ח. (3,-3) , ט.

(2,-10)

3.

4. א. (2,-9) , ב. (-14/5, -41/5) , ג. (3,-14) , ד. (5,3) , ה. (-3/4, 11/2) , ו. (-5/4, 3) , ז. (1,-1.5) , ח.

ט. (14/3, 1/3) , (55/8, 35/8)

5.

6. א. (3,-1) , ב. (3,-4) , ג. (3/4, 4) , ד. (10, 4/5) , ה. (5,4) , ו. (7, 1/3) , ז. (3, 3/8) , ח. (14,-4) , ט.

(0,2)

7. (3,2) , ב. (1,5) , ד. (11/4, 5/4) , ה. (14/5, 7/5) , ו. (64, -317/4) , ז. (4,2)

8. (-59/2, -17/5) , ב. (2,5) , ג. (1,-3) , ד. (4,1) , ה. (-41/13, -406/39) , ו. (6,4) , ז. (871/388, -229/97) , ח. (1,-3) , ט.

(-1996/73, 700/73) , י. (-209/85, 216/17) , יא. (148/261, 1355/1044) , יב. (-4/7, 2/5) , יג. (1659/482, 18135/482) , יד.

(-1260/109, -1920/109)

